РГПУ им. А.И. Герцена

Тема «Основные теоремы линейного программирования»

Семенов Л.А., 2ИВТ, 1 группа, 2 подгруппа

**Задача.**

Для изготовления n видов изделий И1, И2, ..., Иn необходимы ресурсы m видов: трудовые, материальные, финансовые и др. Известно необходимое количество отдельного i-ro ресурса для изготовления каждого j-ro изделия. Назовем эту величину нормой расхода. Пусть определено количество каждого вида ресурса, которым предприятие располагает в данный момент. Известна прибыль Пj, получаемая предприятием от изготовления каждого j-ro изделия. Требуется определить, какие изделия и в каком количестве должно изготавливать предприятие, чтобы обеспечить получение максимальной прибыли. Необходимая исходная информация представлена в таблице 3.1.

Таблица 3.1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Используемые ресурсы | Изготавливаемые изделия | | | | Наличие ресурсов |
| И1 | И2 | И3 | И4 |
| Трудовые | 3 | 5 | 2 | 7 | 15 |
| Материальные | 4 | 3 | 3 | 5 | 9 |
| Финансовые | 5 | 6 | 4 | 8 | 30 |
| Прибыль Пj | 40 | 50 | 30 | 20 |  |

**Математическая модель.**

Заменим неравенства в системе ограничений уравнениями при помощи введения фиктивных переменных:

Выделим базисные переменные x5, x6, x7, F.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базисные переменные | Свободные члены | F | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x5 | 15 | 0 | 3 | 5 | 2 | 7 | 1 | 0 | 0 |
| x6 | 9 | 0 | 4 | 3 | 3 | 5 | 0 | 1 | 0 |
| x7 | 30 | 0 | 5 | 6 | 4 | 8 | 0 | 0 | 1 |
| F | 0 | 1 | -40 | -50 | -30 | -20 | 0 | 0 | 0 |

Базисное решение: (0, 0, 0, 0, 15, 9, 30, 0).

**Проверка базисного решения на оптимальность.**

Данное базисное решение не является оптимальным, поскольку в нижней строке таблицы располагаются отрицательные коэффициенты.

Выбор разрешающего элемента.

В нижней строке таблицы находим наименьшее отрицательное значение. Столбец, содержащий данное значение – ключевой. Далее находим коэффициент данного столбца, для которого абсолютная величина отношения соответствующего свободного члена к этому коэффициенту минимальна, этот коэффициент и будет разрешающим. В нашем случае это первый элемент второго столбца, имеющий значение 5.

Определение базисной переменной, переводимой в разряд свободных.

Базисная переменная, соответствующая строке с разрешающим элементом, должна быть переведена в разряд свободных, а соответствующая ключевому столбцу свободная переменная должна стать базисной. Далее путём элементарных преобразований над строками матрицы, составленной из коэффициентов таблицы, приведём к нулю все коэффициенты ключевого столбца, кроме разрешающего, который приведём к единице.  
Таким образом, базисная переменная x5 будет исключена из базиса, а x2 войдёт в базис.

Зафиксируем полученную таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базисные переменные | Свободные члены | F | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x2 | 3 | 0 | 3/5 | 1 | 2/5 | 7/5 | 1/5 | 0 | 0 |
| x6 | 0 | 0 | 11/5 | 0 | 9/5 | 4/5 | -3/5 | 1 | 0 |
| x7 | 12 | 0 | 7/5 | 0 | 8/5 | -2/5 | -6/5 | 0 | 1 |
| F | 150 | 1 | -10 | 0 | -10 | 50 | 10 | 0 | 0 |

Полученное на данном этапе базисное решение (150, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 12).

Данное решение также не является оптимальным, поскольку в нижней строке имеются отрицательные коэффициенты.

Переходим к следующей симплекс-таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базисные переменные | Свободные члены | F | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x2 | 3 | 0 | 3/5 | 1 | 2/5 | 7/5 | 1/5 | 0 | 0 |
| x6 | 0 | 0 | 11/5 | 0 | 9/5 | 4/5 | -3/5 | 1 | 0 |
| x7 | 12 | 0 | 7/5 | 0 | 8/5 | -2/5 | -6/5 | 0 | 1 |
| F | 150 | 1 | -10 | 0 | -10 | 50 | 10 | 0 | 0 |

Выводим из базиса переменную x6, включаем переменную x3:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базисные переменные | Свободные члены | F | x1 | x2 | x3 | x4 | x5 | x6 | x7 |
| x2 | 3 | 0 | 1/9 | 1 | 0 | 1/9 | 1/3 | -2/9 | 0 |
| x6 | 0 | 0 | 11/9 | 0 | 1 | 4/9 | -3/9 | 5/9 | 0 |
| x7 | 12 | 0 | -5/9 | 0 | 0 | -10/9 | -2/3 | -8/9 | 1 |
| F | 150 | 1 | 20/9 | 0 | 0 | 490/9 | 20/3 | 50/9 | 0 |

В последней строке полученной таблицы отсутствуют отрицательные коэффициенты, следовательно, данное базисное решение является оптимальным и выглядит следующим образом:

(150, 0, 15, 0, 0, 0, 0, 12)

Вывод

Полученное оптимальное решение позволяет говорить о том, что предприятие не должно производить изделия И1, И3 и И4. При данном по условию задачи количестве ресурсов оптимальным решением будет производство изделий И2.

При этом полученная прибыль составит 150 единиц, трудовые и материальные ресурсы будут полностью израсходованы, остаток финансовых ресурсов составит 12 единиц.